

фотонов через  $\bar{n}$ , мощность на детекторе через  $P$ , и полагая, в данном разделе, квантовую эффективность детектора равной единице, получаем что неопределенность фазы, обусловленная дробовым шумом при измерении в течение времени  $t_m$ , имеет вид

$$\Delta\vartheta_n \simeq \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}} = \sqrt{\frac{\hbar\nu}{Pt_m}}. \quad (4.1.6)$$

Приравнявая  $\Delta\vartheta^{(p)}$  и  $\Delta\vartheta_n$ , находим минимальное значение амплитуды  $g$ -волны, регистрируемое в данной пассивной системе,

$$h_{\min}^{(p)} \simeq \frac{c}{\nu\tilde{L}} \sqrt{\frac{\hbar\nu}{Pt_m}} = \frac{\mathcal{C}}{\nu} \sqrt{\frac{\hbar\nu}{Pt_m}}, \quad (4.1.7)$$

где введена скорость затухания резонатора  $\mathcal{C} = c/\tilde{L}$ .

**4.1.2. Кольцевой интерферометр Саньяка.** В 1913 году Саньяк рассмотрел использование кольцевого резонатора для поиска «течения эфира» относительно вращающейся системы координат. Однако, как часто бывает, его результаты оказались полезными в областях, о которых сам Саньяк и не мечтал. Как показано на рис. 4.2, физика эффекта Саньяка состоит просто в том, что короткому импульсу

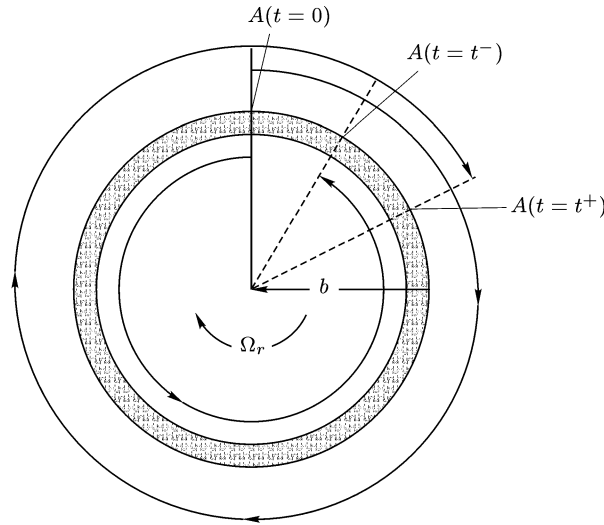


Рис. 4.2. Схема кольцевого интерферометра Саньяка

света требуется больше времени для того, чтобы «вернуться» к источнику, если он распространяется по направлению вращения интерферометра, и меньше времени, если он распространяется против направления вращения.

Для количественного описания рассмотрим рис. 4.2. На нем показано, что лазерный свет входит в интерферометр в точке  $A$  и расщепляется светоделителем на пучки, распространяющиеся по часовой стрелке (Ч) и против часовой (ПЧ) стрелки. Если интерферометр не вращается, то Ч- и ПЧ-пучки вновь встретятся в точке  $A$  спустя время

$$t = \frac{2\pi b}{c}, \quad (4.1.8)$$

где  $b$  — радиус кольца. Однако, если интерферометр вращается с угловой скоростью  $\Omega_r$  вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной его плоскости, то пучки вновь встретятся со светоделителем в различные моменты времени, поскольку Ч-пучок (сонаправленный с  $\Omega_r$ ) должен пройти путь немного больший, чем  $2\pi b$ , чтобы совершить один полный оборот, так как интерферометр за время обхода поворачивается на малый угол. Аналогично, ПЧ-пучок за один оборот должен пройти путь немного меньший, чем  $2\pi b$ . Если обозначить время обхода Ч-пучка через  $t^+$ , а ПЧ-пучка через  $t^-$ , то величина  $t^+$  дается выражением

$$t^+ = \frac{2\pi b + b\Omega_r t^+}{c} = \frac{2\pi b}{c} \left(1 - \frac{b\Omega_r}{c}\right)^{-1}, \quad (4.1.9a)$$

где в первой строчке  $b\Omega_r t^+$  — длина дуги, на которую повернется интерферометр до момента возвращения Ч-пучка к светоделителю. Аналогично

$$t^- = \frac{2\pi b - b\Omega_r t^-}{c} = \frac{2\pi b}{c} \left(1 + \frac{b\Omega_r}{c}\right)^{-1}. \quad (4.1.9b)$$

Разность между  $t^+$  и  $t^-$  равна

$$\Delta t = t^+ - t^- = \frac{4\pi b^2 \Omega_r}{c^2 - b^2 \Omega_r^2}. \quad (4.1.10)$$

Для разумных значений  $b$  и  $\Omega_r$  величина  $(b\Omega_r)^2 \ll c^2$ , так что

$$\Delta t = \frac{4\pi b^2 \Omega_r}{c^2}, \quad (4.1.11)$$

разность оптических путей обхода интерферометра  $\Delta L$  определяется выражением

$$\Delta L = c\Delta t = \frac{4\pi b^2 \Omega_r}{c}. \quad (4.1.12)$$

Из (4.1.12) видно, что разность оптических путей обхода, согласно данному анализу, прямо пропорциональна скорости вращения интерферометра. Более общий подход, справедливый для интерферометра произвольной формы, приводит к результату

$$\Delta L = \frac{4\Omega_r \cdot \widehat{\mathbf{z}} A}{c}, \quad (4.1.13)$$

где  $A$  — площадь области, ограниченной траекторией света, и  $\widehat{\mathbf{z}}$  — единичный вектор, нормальный к поверхности интерферометра.

Эффективность интерферометра Саньяка ограничивается тем, что разность оптических путей обхода (4.1.12) существенно меньше длины волны света. (Например, если  $b = 1$  и  $\Omega_r = 10$  град/час, то  $\Delta L \cong 4.1 \cdot 10^{-12}$  м.) На первый взгляд может показаться, что использование кольцевых лазерных гироскопов, в качестве чувствительных к вращению устройств, является практически нецелесообразным, поскольку желательна чувствительность  $10^{-3}$  град/час и выше. Однако существуют две схемы, значительно повышающие чувствительность кольцевых лазерных гироскопов.

В первой схеме общая длина пути обхода увеличивается путем использования оптических волокон километровой длины в качестве резонатора интерферометра. Для того чтобы увидеть, как это увеличивает чувствительность гироскопа, преобразуем (4.1.12) к более общему виду. Из (4.1.12) следует, что разность фаз  $\Delta\vartheta$  между противоположно распространяющимися пучками после одного обхода дается выражением

$$\Delta\vartheta = \frac{2\pi\Delta L}{\lambda} = \frac{8\pi^2 b^2 \Omega_r}{c\lambda} = \frac{4A\Omega_r}{c\lambda}. \quad (4.1.14)$$

где  $\bar{\lambda} = \lambda/2\pi$  — приведенная длина волны лазерного излучения и  $A = \pi b^2$  — площадь области, ограниченной пучками света. Выражение (4.1.14) справедливо для одного витка кругового обхода. При использовании оптического волокна, свет, обычно, проходит по катушке с волокном радиуса  $b$  со множеством витков. В частности, если такая катушка содержит  $N$  витков, то формула (4.1.14) принимает вид

$$\Delta\vartheta = \frac{8\pi^2 b^2 N \Omega_r}{c\lambda} \quad (4.1.15)$$

или

$$\Delta\vartheta = \frac{4\pi L b \Omega_r}{c\lambda}, \quad (4.1.16)$$

где  $L = 2\pi b N$  — общая длина оптического волокна. Выражение (4.1.16) представляет собой важный результат, состоящий в том, что фазовый сдвиг, создаваемый вращением кольцевого волоконного интерферометра Саньяка, возрастает линейно с увеличением общей длины оптического волокна.

Во второй схеме расчет делается на увеличение сигнала кольцевого лазерного гироскопа за счет введения активной лазерной среды в кольцевой резонатор. Эта схема показана на рис. 4.3. Для удобства, до конца этого раздела такую схему

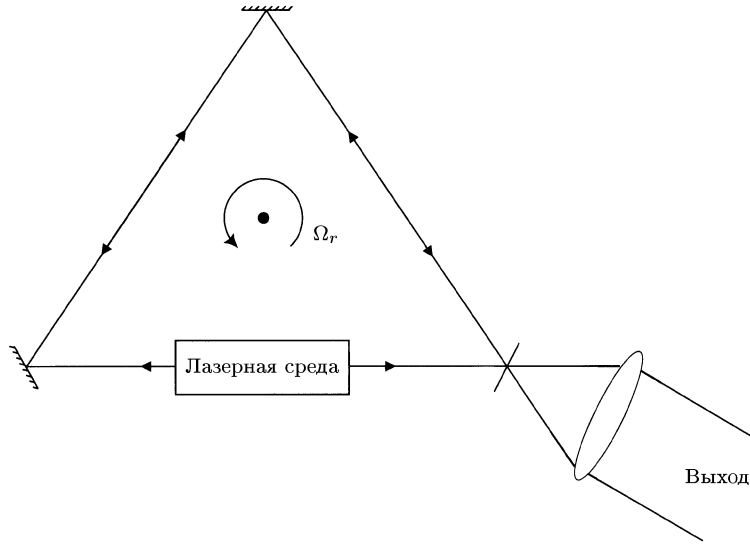


Рис. 4.3. Схема активного кольцевого лазерного гироскопа

будем называть активным кольцевым лазерным гироскопом. Тогда Ч- и ПЧ-моды кольцевого лазера имеют различные частоты вследствие разности эффективных длин оптических путей обхода, обусловленной вращением резонатора. Таким образом, имеются лишь колебания на частотах, удовлетворяющих условию резонанса, отвечающего эффективным значениям длины резонатора  $L_{\pm}$  для Ч- и ПЧ-пучков, соответственно, а именно

$$\nu_{\pm} = \frac{m\pi c}{L_{\pm}}, \quad (4.1.17)$$

где  $m$  — целое число и

$$L_{\pm} = L \left( 1 \pm \frac{b\Omega_r}{c} \right). \quad (4.1.18)$$

С учетом (4.1.17) разность частот Ч- и ПЧ-пучков можно приближенно записать в виде

$$\Delta\nu = \nu_- - \nu_+ = \frac{m\pi c}{L_-} - \frac{m\pi c}{L_+} \cong \frac{m\pi c \Delta L}{L^2} = \nu \frac{\Delta L}{L}. \quad (4.1.19)$$

Приближение возникает потому, что полагаем  $L_+ L_- \cong L^2$ .

Здесь необходимо сделать пару существенных замечаний. Первое состоит в том, что при использовании активного кольцевого лазерного гироскопа измеряется именно разность частот (а не разность длин оптических путей) противоположно распространяющихся пучков. Эта разность частот, как правило, измеряется гетеродинированием двух выходных пучков. Кроме того отметим, что разность частот (4.1.19) в  $\nu/L$  раз больше разности длин оптических путей (4.1.12). Такой большой масштабный множитель, а также относительная простота измерений малых разностей частот, делают активный кольцевой лазерный гироскоп наиболее распространенным и, в настоящее время, наиболее чувствительным интерферометрическим датчиком вращения.

Подстановка (4.1.12) в (4.1.19) дает (для обхода по круговой траектории)

$$\Delta\nu = \frac{2\nu b \Omega_r}{c} = \frac{2b \Omega_r}{\lambda}. \quad (4.1.20)$$

Отметим, что  $\Delta\nu$  не зависит от общей длины резонатора, так что в активных лазерных кольцевых гироскопах использование длинных катушек с оптическим волокном не позволяет достичь большего масштабного множителя. В случае произвольной геометрии резонатора выражение (4.1.20) принимает вид

$$\Delta\nu = \frac{4A \Omega_r}{p \lambda}, \quad (4.1.21)$$

где  $A$  — площадь области, ограниченной траекторией света, и  $p$  — ее периметр. Коэффициент пропорциональности  $4A/\lambda p$  между  $\Delta\nu$  и  $\Omega_r$  часто называется масштабным множителем и в дальнейшем будет обозначаться через  $S$ .

**4.1.3. Предполагаемая проверка метрических теорий гравитации с помощью кольцевого лазера.** Недавний прогресс в исследованиях с помощью лазерных гироскопов показал, что в принципе можно измерить скорости вращения вплоть до  $10^{-10} \Omega_{\oplus}$ , где  $\Omega_{\oplus}$  — скорость вращения Земли. Учитывая это, можно теперь представить эксперименты, чувствительные к маховскому увлечению системы отсчета (эффект Лензе–Тирринга), к существованию выделенной системы отсчета во вселенной (космология выделенной системы отсчета) и к локальному искривлению пространства–времени.

С тех пор, как Эйнштейн сформулировал общую теорию относительности, появилось много других альтернативных теорий гравитации, например Бранса–Дике и Ни. Эти теории, мотивированные различными соображениями, приводят к различным предсказаниям для упомянутых выше эффектов. Для систематического сравнения различных теорий с экспериментом были разработаны теоретические основы параметризованного постньютоновского (ППН) формализма, предоставляющего способы изучения очень широкого класса метрических теорий гравитации в условиях слабого поля и медленного движения солнечной системы.

Для помещенного на поверхность Земли сверхчувствительного кольцевого лазерного резонатора, в зависимости от выбора метрической теории гравитации и пространства–времени, можно ожидать нескольких «эффективных вращений». Это кратко отражено на рис. 4.4 и в табл. 4.1. Видно, что помимо вращения кольца со скоростью  $\Omega_0$  и вращения Земли со скоростью  $\Omega_{\oplus}$ , имеется три других вклада, соответствующих  $\Omega_{\text{Мах}}$ ,  $\Omega_{\text{космос}}$  и  $\Omega_{\text{кривизна}}$ , соответственно.